



الامتحان الفصلي الأول للدوام الصباحي

الاسم:

الرياضيات

الدرجة: ٦٠٠ ، المدة: ثلاث ساعات

الثالث الثانوي العلمي (٢٠١٨-٢٠١٩)

التاريخ:

أولاً: أجب عن كل الأسئلة الأربعة الآتية:

(٤٠ درجة لكل سؤال)

السؤال الأول: يمثل الجدول الآتي جدول تغيرات التابع  $f$

|         |           |           |            |     |            |           |           |            |     |
|---------|-----------|-----------|------------|-----|------------|-----------|-----------|------------|-----|
| $x$     | $-\infty$ | $-2$      | $0$        | $3$ |            |           |           |            |     |
| $f'(x)$ |           | $+$       | $0$        | $-$ | $+$        |           |           |            |     |
| $f(x)$  |           | $-\infty$ | $\nearrow$ | $1$ | $\searrow$ | $-\infty$ | $-\infty$ | $\nearrow$ | $1$ |

١. أوجد مجموعة تعريف كلاً من  $f$  و  $f'$ .

٢. أوجد معادلة كل مماس أفقي أو شاقولي للتابع  $f$ .

٣. ما عدد حلول المعادلة  $f(x) = 0$ .

السؤال الثاني: ١. في معلم متجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، اكتب معادلة المخروط الذي رأسه  $(O)$  و محوره

$(O, \vec{k})$

و قاعدته الدائرة التي مركزها  $C(0, 0, 3)$  و نصف قطرها  $(2)$ .

٢. اكتب معادلة الكرة التي قطرها  $[AB]$  حيث  $A(2, 1, 2)$ ،  $B(3, 0, 1)$ .

السؤال الثالث: لتكن النقاط  $A, B, C$  التي تمثلها الأعداد العقدية:

$$a = 1 + \frac{3}{4}i, \quad b = 2 - \frac{5}{4}i, \quad c = 3 + \frac{7}{4}i$$

أثبت أن المثلث  $ABC$  قائم في  $A$  و متساوي الساقين.

السؤال الرابع: أوجد بالاعتماد على تعريف العدد المشتق نهاية التابع:  $f(x) = \frac{\cos x}{x - \frac{\pi}{2}}$  عند  $a = \frac{\pi}{2}$

(٦٠ درجة لكل سؤال)

ثانياً: حل التمارين الأربعة الآتية:

التمرين الأول: ليكن  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $[0, +\infty[$  وفق:  $f(x) = x + \ln(x+1) - \ln x$

١. احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

٢. أثبت أن المستقيم  $y = x$ :  $\Delta$  مقارب لـ  $C$  في جوار  $(+\infty)$ ، و ادرس الوضع النسبي لـ  $C$  مع  $\Delta$ .

٣. أوجد معادلة المماس للخط  $C$  في نقطة منه فاصلتها  $x = 1$ .

التمرين الثاني: لتكن النقطتان  $A, B$  اللتين يمثلهما العددين  $a = 2$ ،  $b = 2e^{\frac{3\pi}{4}i}$ ، و ليكن  $I$  منتصف  $[AB]$

١. ارسم شكلاً مناسباً و بيّن طبيعة المثلث  $OAB$ .

٢. أثبت أن  $(\vec{u}, \overrightarrow{OI}) = \frac{3\pi}{8}$ .

٣. اكتب العدد العقدي  $z_I$  الممثل للنقطة  $I$  بصيغته الجبرية و الأسية.

٤. استنتج كلاً من  $\sin \frac{3\pi}{8}$  ,  $\cos \frac{3\pi}{8}$

**التمرين الثالث:** بفرض  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  وفق :

$$f(x) = \frac{ax^2 + bx + 1}{x-1} \quad a, b \in \mathbb{R}$$

١. عيّن  $a, b$  ليكون التابع  $f$  قيمة حدية مساوية (0) عند  $x = -1$ .

٢. اكتب معادلة المماس للخط  $C$  في نقطة منه فاصلتها  $x = -1$ .

**التمرين الرابع: ١.** حل المعادلة  $2e^{2x} + e^x - 10 = 0$

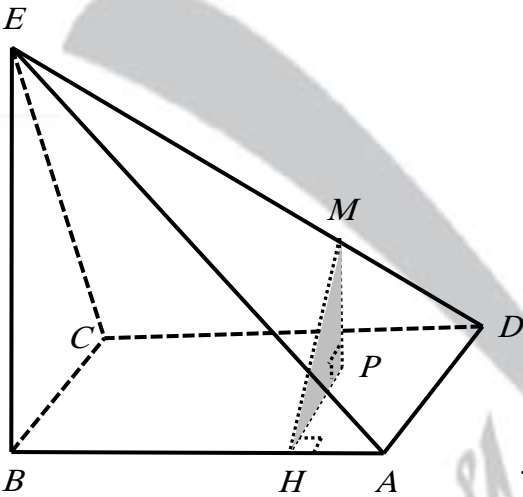
٢. استنتج مجموعة تعريف مناسبة للتابع  $f(x) = \ln(2e^{2x} + e^x - 10)$

٣. أثبت أن التابع  $f$  يكتب على الشكل  $f(x) = 2x + \ln(2 + e^{-x} - 10e^{-2x})$

٤. استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{f(x)}{x} \right)$

(١٠٠ درجة لكل مسألة)

**ثالثاً: حل كل من المسألتين الآتيتين:**



**المسألة الأولى:**  $E-ABCD$  هرم رأسه  $E$  وقاعدته مربع

$[BE]$  عمودي على المستوي  $(ABCD)$  ،  $EB = 6$  و  $AB = 3$

$M$  نقطة من القطعة  $[ED]$  تحقق  $3\overline{DM} = \overline{DE}$

لتكن  $P$  المسقط القائم للنقطة  $M$  على المستوي  $(ABC)$

و  $H$  المسقط القائم للنقطة  $P$  على المستقيم  $(AB)$

و باختيار المعلم  $\left( B, \frac{1}{3}\overline{BA}, \frac{1}{3}\overline{BC}, \frac{1}{6}\overline{BE} \right)$  المطلوب:

١. احسب إحداثيات النقاط  $A, B, C, D, M, P, H$ .

٢. احسب أطوال أضلاع المثلث  $MPH$

٣. أثبت أن الأشعة  $\overline{EC}$  ,  $\overline{EB}$  ,  $\overline{MH}$  مرتبطة خطياً.

**المسألة الثانية:** بفرض  $C$  الخط البياني للتابع  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  وفق :  $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x^2}$

١. أوجد  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ,  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

٢. أثبت أن  $(\Delta: y = 2x - 1)$  مقارب للخط  $C$  ، ادرس وضع  $C$  مع  $\Delta$ .

٣. ادرس تغيرات التابع  $f$  و نظم جدولاً بها ، و اكتب معادلة المقارب الشاقولي، و دلّ على القيمة الصغرى محلياً.

٤. بين أن للمعادلة  $f(x) = 0$  جذراً وحيداً  $\alpha$  وأن  $\alpha \in ]-1, 0[$

٥. ارسم كل مقارب وجدته ، و ارسم  $C$ .

❖ انتهت الأسئلة ❖